

Modul 8	Algebra/Zahlentheorie und ihre Didaktik
Voraussetzungen für die Teilnahme am Modul	Inhalte von „Lineare Algebra und Analytische Geometrie I“
Lern- und Qualifikationsziele	1. Vermittlung von Grundkenntnissen über algebraische Strukturen und deren Anwendung, insbesondere beim systematischen und exakten Aufbau der Zahlbereiche 2. Erarbeitung grundlegender Inhalte und Methoden der elementaren Zahlentheorie nebst praktischer Anwendungen 3. Sprachlich-logische Schulung, Herausarbeiten logischer Zusammenhänge, Verständnis für Beweisnotwendigkeiten und –strategien 4. Herstellung didaktischer Bezüge zu arithmetischen Inhalten des Mathematikunterrichts, insbesondere zur Vorgehensweise bei der Erweiterung der Zahlbereiche in der Schule
Umfang	8 SWS/11 SP davon 4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung für Algebra/Zahlentheorie (10 SP) und 1 SWS Vorlesung, 1 SWS Übung für Didaktik der Algebra/Zahlentheorie (1 SP)
Lehrveranstaltungen	5 SWS Vorlesung, 3 SWS Übung integriert oder Algebra/Zahlentheorie 4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung und Didaktik 1 SWS Vorlesung, 1 SWS Übung
Inhalte	Mathematisches Segment: <i>I. Klassische Grundlagen der elementaren Zahlentheorie</i> 1. Historischer Abriss über die Entwicklung des Zahlbegriffs 2. Die natürlichen und die ganzen Zahlen bei Euklid 3. Teilbarkeit und Primzahlen, ggT und kgV 4. Der Fundamentalsatz der Arithmetik 5. Primzahlverteilungen (fakultativ) <i>II. Algebraische Grundlagen der elementaren Zahlentheorie</i> 1. Halbgruppen und Gruppen, diverse Beispiele (Geometrie, Analysis) 2. Elementare Gruppentheorie, zyklische Gruppen, die Eulersche Phi-Funktion und der Kleine Satz von Fermat 3. Ringe und Körper, Integritätsbereiche und Quotientenkörper 4. Ideale, Restklassenringe, Hauptidealringe und Euklidische Ringe 5. Ringe von Funktionen und Folgen <i>III. Systematischer Aufbau der Zahlbereiche</i> 1. Axiomatik der natürlichen Zahlen (Peano) 2. Konstruktion der ganzen Zahlen als Gruppe und Ring 3. Konstruktion der rationalen Zahlen als Quotientenkörper 4. Konstruktion der reellen Zahlen als Restklassenkörper und Hinweis auf andere klassische Modelle 5. Konstruktion der komplexen Zahlen <i>IV. Algebra und Arithmetik in Restklassenringen ganzer Zahlen</i> 1. Einheiten und Nullteiler in Ringen 2. Simultane Kongruenzen und der Chinesische Restsatz 3. Quadratische Reste und das quadratische Reziprozitätsgesetz (fakultativ) 4. Ausblick auf Anwendungen in der elementaren Kryptographie (fakultativ) <i>V. Anwendungen der Körpertheorie (fakultativ)</i> 1. Einfache algebraische Körpererweiterungen 2. Konstruktionen mit Zirkel und Lineal Dabei sind die als „fakultativ“ gekennzeichneten Abschnitte wahlweise untereinander austauschbar, danach aber jeweiliger Bestandteil des Pflichtprogramms. Mathematikdidaktisches Segment: Curriculare Konzeptionen des Arithmetik- und Algebraunterrichts mit den Aspekten 1. Behandlung der natürlichen, gebrochenen und rationalen Zahlen 2. Teilbarkeitslehre 3. Reelle Zahlen, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen 4. Funktionen 5. Terme, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme

Arbeitsleistungen	Teilnahme an den Lehrveranstaltungen (LV), regelmäßige Vor- und Nachbereitung der LV, schriftliche Übungsaufgaben für den mathematischen Teil, Vortrag in der Übung für den mathematikdidaktischen Teil, Studiennachweise als Voraussetzung zur Zulassung zu den Prüfungen			
Modulabschlussprüfung	Zweistündige Klausur für den mathematischen Teil (100%) und Wahlteil einer 30-minütigen mündlichen Prüfung für den mathematikdidaktischen Teil*			
Dauer des Moduls	1 Semester			
Wann	Jedes Sommersemester			
Aufwand (in Stunden)	LV mit Anwesenheit	Regelmäßige Vor- und Nachbereitung der LV	schriftliche Übungsaufgaben	Vorbereitung auf schriftliche Prüfung (mündliche Prüfung)
	120	50	120	40

* Für die mathematikdidaktischen Teile der Module 6, 7 und 8 sowie für den Teil „Einführung in die Mathematikdidaktik“ findet eine zusammengefasste 30-minütige mündliche Prüfung statt. Diese beinhaltet neben dem Thema „Einführung in die Mathematikdidaktik“ ein Wahlthema, das die Studierenden aus den Themengebieten „Didaktik der Elementargeometrie“ (mathematikdidaktischer Teil von Modul 6) *oder* „Didaktik der Stochastik“ (mathematikdidaktischer Teil von Modul 7) *oder* „Didaktik der Algebra/Zahlentheorie“ (mathematikdidaktischer Teil von Modul 8) wählen können. Bei der Prüfungsanmeldung legen sich die Studierenden auf eines dieser drei Gebiete fest.